

産業組織論 第13回

ゲーム理論入門①

戦略形ゲームとナッシュ均衡

ゲーム理論とは

- ゲーム的状况
 - 複数の意思決定主体(個人・企業・政府など)
 - 主体間の相互依存
- ゲーム的状况の例
 - 将棋・囲碁・オセロなど
 - 1個のケーキを2人で分ける状況
 - 選挙

ゲーム理論とは

- ゲーム: ゲーム的状況をモデル化したもの

ゲームにおいて各主体がどのように振る舞うか、またその結果何が起こるのかを分析するのがゲーム理論

独占(主体数が1)と完全競争(主体数は多いが相互依存なし)の間にある状況を扱える

戦略形ゲーム

各主体が「同時」に行動する状況(例:じゃんけん、サッカーのPK(蹴るのを見てから飛ぶ方向を決めるのでは止められない)など)を扱う。

- 戦略形ゲームの3要素

- プレイヤー:意思決定主体のこと。
- (プレイヤーの)戦略:行動の選択肢。
- (プレイヤーの)利得:全てのプレイヤーの戦略を決めた結果、何が起こるか。効用や利潤に相当。

戦略形ゲームの例

- AとBの2人でじゃんけん(勝:1、あいこ:0、負:-1)

| A \ B | グー | チョキ | パー |
|-------|-------|-------|-------|
| グー | 0, 0 | 1, -1 | -1, 1 |
| チョキ | -1, 1 | 0, 0 | 1, -1 |
| パー | 1, -1 | -1, 1 | 0, 0 |

戦略形ゲームの例

- 囚人のジレンマ

| 1 \ 2 | 黙秘 | 自白 |
|-------|------|------|
| 黙秘 | 4, 4 | 1, 5 |
| 自白 | 5, 1 | 2, 2 |

- 両性の争い

| 1 \ 2 | バスケットボール | ショッピング |
|----------|----------|--------|
| バスケットボール | 2, 1 | 0, 0 |
| ショッピング | 0, 0 | 1, 2 |

戦略形ゲームの例

- 協調ゲーム

| 1 \ 2 | バスケットボール | ショッピング |
|----------|----------|--------|
| バスケットボール | 1, 1 | 0, 0 |
| ショッピング | 0, 0 | 2, 2 |

- PK(1がキーパー、2がキッカー)

| 1 \ 2 | 左 | 右 |
|-------|-------|-------|
| 左 | 1, -1 | -1, 1 |
| 右 | -1, 1 | 1, -1 |

最適反応

- あるプレイヤー i について、プレイヤー i 以外の戦略の組 s_{-i} が与えられるとき、それに対してプレイヤー i の利得を最大化するような戦略を求めたとき、その対応関係 $s_i(s_{-i})$ を「(プレイヤー i の)最適反応」という。

最適反応

じゃんけんの場合、最適反応は

- 相手がグー ⇒ パー
- 相手がチョキ ⇒ グー
- 相手がパー ⇒ チョキ

最適反応

囚人のジレンマにおける1の最適反応

| 1 \ 2 | 黙秘 | 自白 |
|-------|------|------|
| 黙秘 | 4, 4 | 1, 5 |
| 自白 | 5, 1 | 2, 2 |

- 2が黙秘のとき
 - 黙秘を選ぶと、利得4
 - 自白を選ぶと、利得5 ⇒ 「自白」が最適反応
- 2が自白のとき
 - 黙秘を選ぶと、利得1
 - 自白を選ぶと、利得2 ⇒ 「自白」が最適反応

最適反応

両性の争いにおける1の最適反応

| 1 \ 2 | バスケットボール | ショッピング |
|----------|----------|--------|
| バスケットボール | 2, 1 | 0, 0 |
| ショッピング | 0, 0 | 1, 2 |

- 2がバスケットボール(B)のとき
 - Bを選ぶと、利得2
 - ショッピング(S)を選ぶと、利得0 \Rightarrow Bが最適反応
- 2がSのとき
 - Bを選ぶと、利得0
 - Sを選ぶと、利得1 \Rightarrow Sが最適反応

最適反応

PKにおける1の最適反応

| 1 \ 2 | 左 | 右 |
|-------|-------|-------|
| 左 | 1, -1 | -1, 1 |
| 右 | -1, 1 | 1, -1 |

- 2が左のとき
 - 左を選ぶと、利得1
 - 右を選ぶと、利得-1 \Rightarrow 左が最適反応
- 2が右のとき
 - 左を選ぶと、利得-1
 - 右を選ぶと、利得1 \Rightarrow 右が最適反応

ナッシュ均衡

ある戦略の組 $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ がナッシュ均衡であるとは、全てのプレイヤー i について s_i^* が s_{-i}^* の最適反応である

$$s_i^* = s_i(s_{-i}^*)$$

ことをいう。イメージとしては、全てのプレイヤーの最適反応(対応)の「交点」がナッシュ均衡。

例におけるナッシュ均衡

囚人のジレンマでは

| 1 \ 2 | 黙秘 | 自白 |
|-------|--------------|---------------------|
| 黙秘 | 4, 4 | 1, <u>5</u> |
| 自白 | <u>5</u> , 1 | <u>2</u> , <u>2</u> |

最適反応（赤が1の、青が2の最適反応）の交点は（自白, 自白）。よって、ナッシュ均衡は

（自白, 自白）

例におけるナッシュ均衡

両性の争い、協調ゲームでは

(B,B)、(S,S)

の2つがナッシュ均衡。

じゃんけん、PKでは

ナッシュ均衡は存在しない。

混合戦略

じゃんけん、PKでは全く同じ状況でも異なる行動をとる(例えば、同じ相手とじゃんけんするときにもいつもパーを出していたら負ける)

⇒グー・チョキ・パーを「確率的に」選ぶ

- 純戦略(純粋戦略):「グー」を出す等
- 混合戦略:グー・チョキ・パーをそれぞれ1/3の確率で出す

混合戦略

混合戦略まで考えると

- じゃんけんでは

((1/3, 1/3, 1/3), (1/3, 1/3, 1/3))

PKでは

((1/2, 1/2), (1/2, 1/2))

がナッシュ均衡

混合戦略

- 一般に、プレイヤー数と戦略の数が有限なゲームでは、混合戦略まで考えるとナッシュ均衡は常に存在する。
- ただし、経済学ではそこまで考えないことも多い。

レポート

- 関心のある民営化・規制緩和（講義で説明したものを除く）について、概略となぜ関心があるかを各200字以上でまとめる。
- ✕切：7/7（日）
- 提出方法 <http://p.tl/gZ5J> で送信